

CHAPITRE 04

Analyse de la décision dans l'Incertain

1. Introduction

En présence **d'incertitude non mesurable**, le décideur ne peut plus pondérer l'importance respective de chaque état par une probabilité, car il ne la connaît pas

Aussi, plusieurs critères pour la décision individuelle ont été proposés :

- Critères de **Laplace, Bernouilli, Wald, Hurwicz, Savage, ...**
- Nous ferons une **comparaison de ces critères**
- La dernière partie sera consacrée aux **typologies de l'incertitude**, aux **probabilités objectives** et **probabilités subjectives**, et à **l'évaluation de l'incertitude**

Enoncé d'un cas : immobilier

On s'intéresse à un **investissement immobilier** :

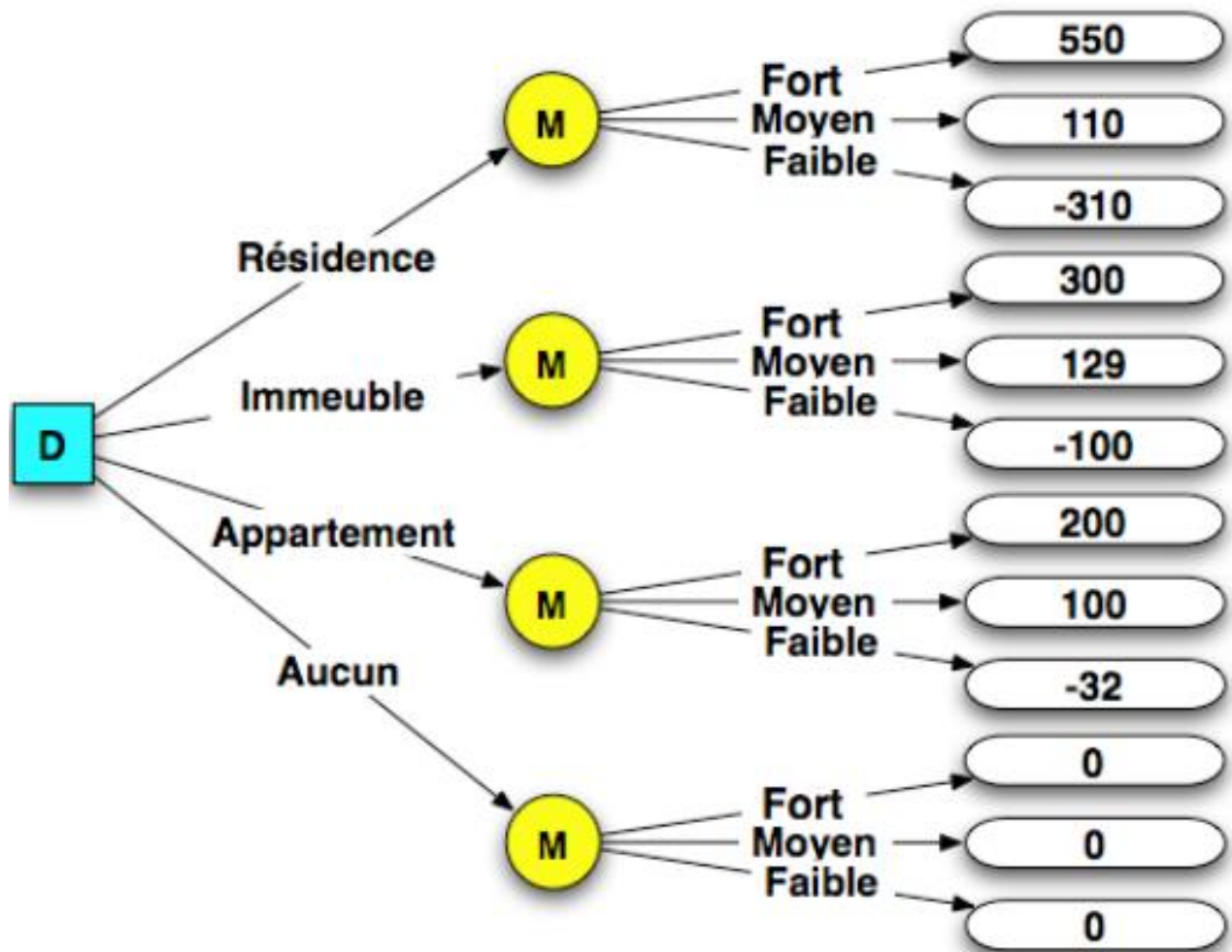
Faut-il investir dans :

- **Une résidence**
- **Un immeuble**
- **Un appartement**
- **Aucun des trois**
 - Cela va dépendre de l'état du marché immobilier :
- **Fort / Moyen / Faible**

L'estimation des profits de chacun de ces investissements selon l'état du marché est :

Marché Décision d'invest.	Marché Fort	Marché Moyen	Marché Faible
Résidence	550	110	-310
Immeuble	300	129	-100
Appartement	200	100	-32
Aucun	0	0	0

Arbre de décision associé :

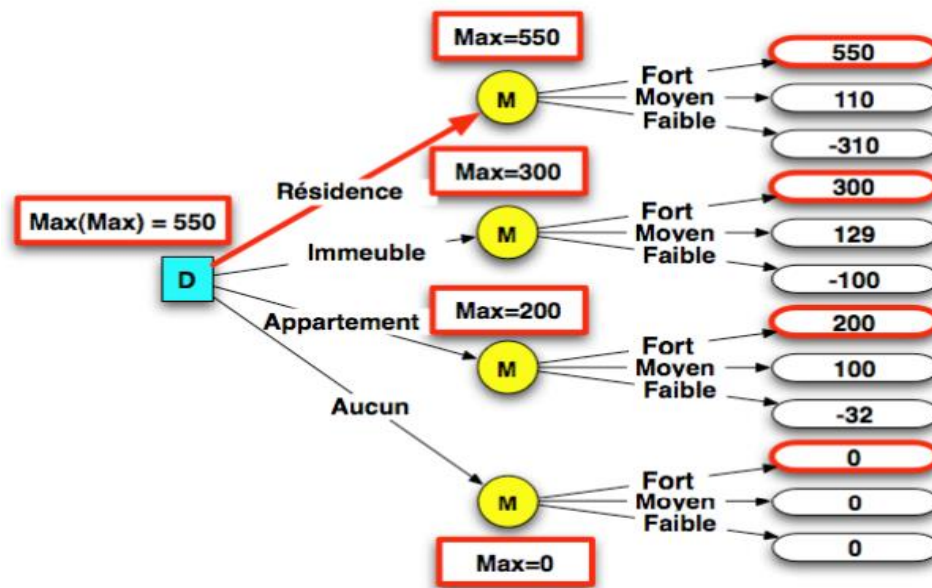


2. Critères de décision face à l'incertain

1. Critère de MaxiMax :

- C'est le critère du **décideur optimiste**
- On « **redescend** » l'utilité maximale de chaque « valeur »
- Règle : on choisit la **décision qui à la plus grande utilité maximale**

Arbre de décision associé :

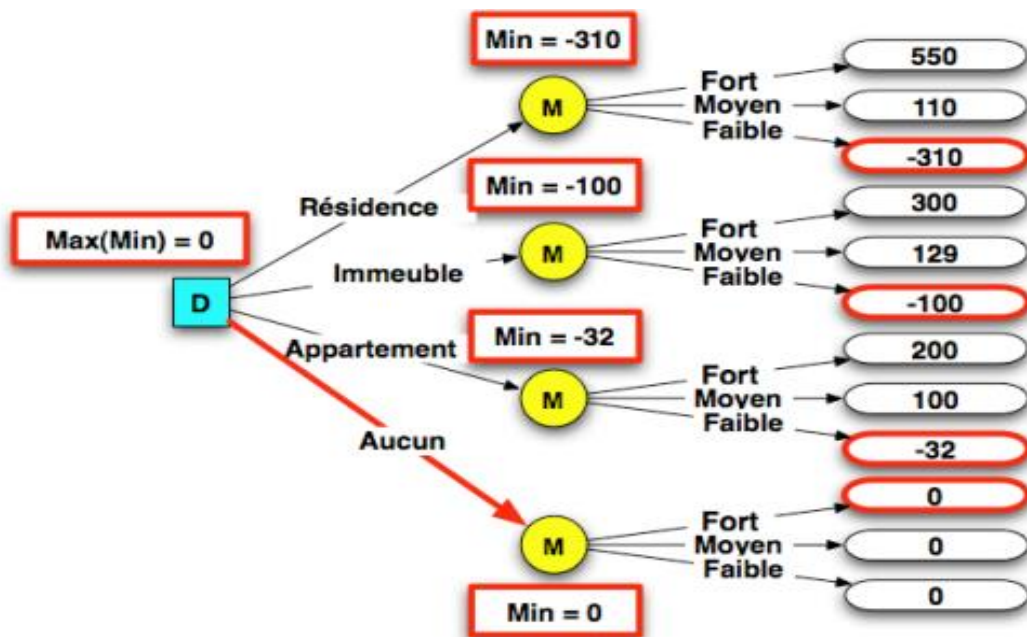


Choix MaxiMax (M) : **Résidence : 1** ; Immeuble : 2 ; Appartement : 3 ; Aucun : 4

2. Critère de Wald ou « MaxiMin » (W)

- C'est le critère du décideur pessimiste : décider comme si la nature était animée des pires intentions ...
- On « redescend » l'utilité minimale de chaque « valeur »
- Règle : on choisit la **décision** qui à la **plus grande utilité minimale** (la "moins pire")

○ Arbre de décision associé :



○

Choix Wald (W) : Résidence : 4 ; Immeuble : 3 ; Appartement : 2 ; **Aucun : 1**

3. Critère de Savage ou « Regret MiniMax » (S)

« **Regrettons le moins possible dans le pire des cas ...** »

Calcul d'une matrice des **regrets** (ou manque à gagner) à partir de la table des résultats ainsi :

$$b_{i,j} = \underset{k}{\text{Max}} a_{kj} - a_{ij}, \forall i \text{ et } j$$

On « **redescend** » le **regret maximale** de chaque « valeur » (pire des cas) •

Règle : on choisit la **décision** qui donne le **plus petit regret maximal**

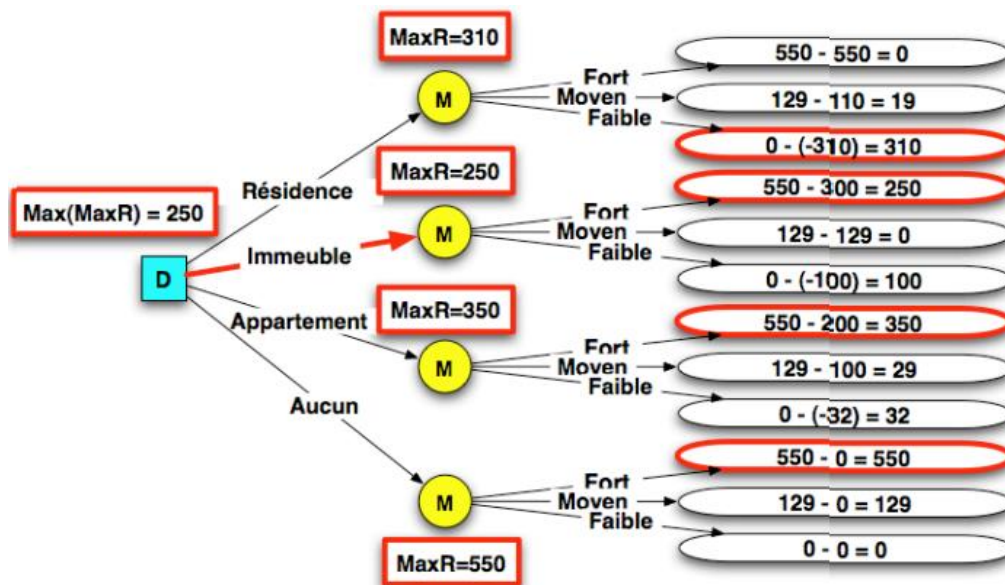
Matrice des résultats :

Marché Décision d'invest.	Marché		
	Fort	Moyen	Faible
Résidence	550	110	-310
Immeuble	300	129	-100
Appartement	200	100	-32
Aucun	0	0	0

Matrice des regrets :

Marché Décision d'invest.	Marché		
	Fort	Moyen	Faible
Résidence	550 - 550 = 0	129 - 110 = 19	0 - (-310) = 310
Immeuble	550 - 300 = 250	129 - 129 = 0	0 - (-100) = 100
Appartement	550 - 200 = 350	129 - 100 = 29	0 - (-32) = 32
Aucun	550 - 0 = 550	129 - 0 = 129	0 - 0 = 0

Arbre de décision associé :



Choix Savage (S) : Résidence : 2 ; **Immeuble** : 1 ; Appartement : 3 ; Aucun : 4

Critère de Laplace

Le critère de Laplace est fondé sur l'hypothèse **d'équiprobabilité des n événements** (états) possibles de la nature soit $1/n$ pour chaque état.

Le critère de Laplace (L) se calcule ainsi :

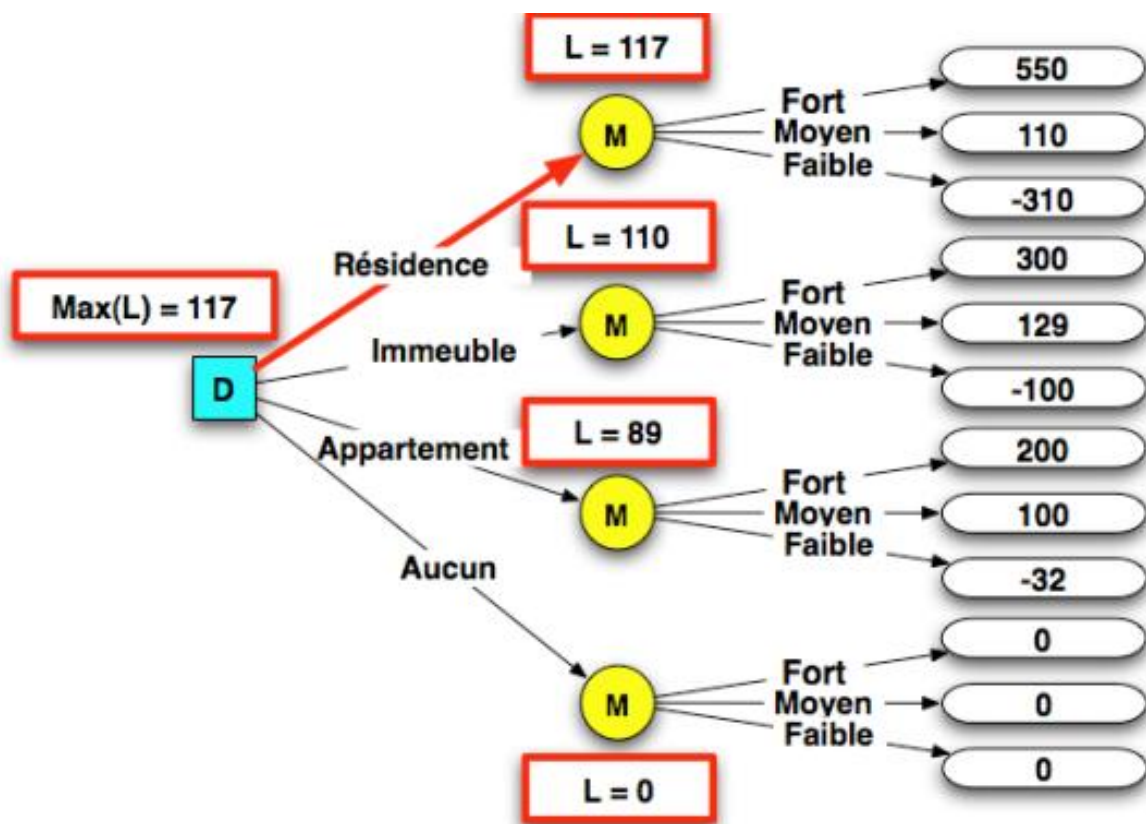
$$L(d_{ij}) = \frac{1}{n} \sum_{n=1}^n a_{ij}, \quad \forall i$$

- On **calcule pour chaque décision le critère L (la moyenne des valeurs)**
- **Règle** : on choisit la **décision** qui donne la **plus grande valeur de L**

Exemple :

Marché Décision d'invest.	Marché Fort	Marché Moyen	Marché Faible	L
Résidence	550	110	-310	117
Immeuble	300	129	-100	110
Appartement	200	100	-32	89
Aucun	0	0	0	0

Arbre de décision associé :



Choix Laplace (L) : **Résidence : 1** ; Immeuble : 2 ; Appartement : 3 ; Aucun : 4

4. Critère d'Hurwicz :

Le critère d'Hurwicz définit un degré de pessimisme (α) et un **degré d'optimisme ($1 - \alpha$)**

Il prend à la fois le meilleur et le pire résultat de chaque stratégie et les pondère dans une combinaison linéaire par cet index (α et $1 - \alpha$)

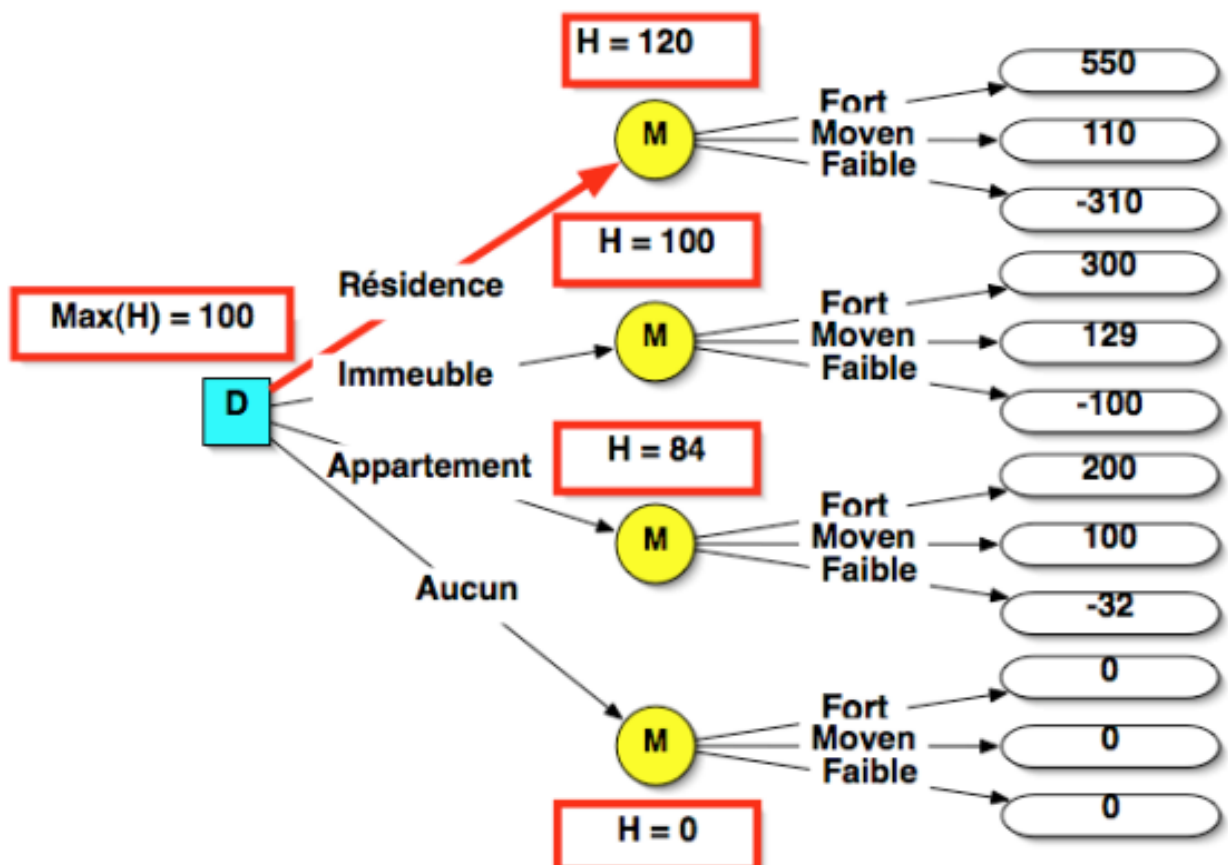
$$H(d_i) = \alpha \text{Max } a_{ij} + (1 - \alpha) \text{Min } a_{ij}, \forall i$$

- On **calcule pour chaque décision le critère H**
- **Règle** : on choisit la **décision** qui donne la **plus grande valeur de L**

Exemple : avec $\alpha = 0,5$ on a :

Marché Décision d'invest.	Marché Fort	Marché Moyen	Marché Faible	H
Résidence	550	110	-310	120
Immeuble	300	129	-100	100
Appartement	200	100	-32	84
Aucun	0	0	0	0

Arbre de décision associé :



Choix Hurwicz (H) : Residence : 3; **Immeuble : 1**; Appartement : 2; Aucun : 4

5. Critère de Bernouilli

Le critère de Bernouilli, comme le critère L, est aussi basé sur l'hypothèse **d'équiprobabilité des n états de la nature**, mais il utilise l'utilité des gains définie par leur logarithme :

$$B(d_i) = \frac{1}{n} \sum_{n=1}^n \text{Log } a_{ij} , \forall i$$

- On calcule pour chaque décision le critère B
- Règle : on choisit la **décision** qui donne la **plus grande valeur de B**

Exemple :

Matrice des résultats

Marché Décision d'invest.	Marché Fort	Marché Moyen	Marché Faible
Résidence	550	110	-310
Immeuble	300	129	-100
Appartement	200	100	-32
Aucun	0	0	0

Calcul de B :

Marché Décision d'invest.	Marché Fort	Marché Moyen	Marché Faible	B
Résidence	6.31	4.7	-5.74	5.27
Immeuble	5.70	4.86	-4.61	5.95
Appartement	5.3	4.61	-3.47	6.44
Aucun	-	-	-	-

Choix Bernouilli (B) : Residence : 3 ; Immeuble : 2 ; **Appartement : 1** ; Aucun : 4

Comparaison des critères pour traiter l'incertitude

Un des moyens utilisés pour la **décision optimale** est de construire un tableau classant les décisions pour chacun des critères avec leur rang respectifs,

Exemple :

Marché Décision d'invest.	MaxiMax M	Wald W	Savage S	Laplace L	Hurwicz H	Bernouilli B	Somme des rangs
Résidence	1	4	2	1	3	3	14
Immeuble	2	3	1	2	1	2	11
Appartement	3	2	3	3	2	1	14
Aucun	4	1	4	4	4	4	21

- De par la somme des rang, on en déduit le classement :

1. L'investissement « immeuble »
2. L'investissement « résidence » ou l'investissement « immeuble »
3. enfin « aucun » investissement

Conclusion :

- Difficulté de choisir un critère
- En fait, dans la réalité, il est rare qu'on n'ait absolument aucune information sur les probabilités des états de la nature, aussi **il vaut mieux se contenter d'évaluation imparfaites des tels probabilités plutôt que de considérer un environnement totalement incertain**

4. Les incertitudes et leur évaluation

• Introduction

Difficulté de choisir un critère pour décider dans l'incertain

- En fait, dans la réalité, il est **rare qu'on n'ait absolument aucune information** sur les probabilités des états de la nature
- Il vaut mieux **se contenter d'évaluation imparfaites des tels probabilités** plutôt que de considérer un environnement totalement incertain
- Aussi les **individus** sont souvent **capables d'établir**, avec degrés divers d'assurance, **des anticipations sur des classes de vraisemblance** sur la **probabilité** des états
- On peut définir une **typologie de l'incertitude selon des classes de vraisemblance** sur la probabilité des états
- Diverses méthodes tentent de donner **une représentation numérique de l'incertitude** conduisant à une typologie de l'incertitude :
 - **Les probabilités objectives**
 - **Les probabilités subjectives**
- **Probabilités objectives :**
 - Les **probabilités objectives** d'un événement ne sont pas liées aux décideurs
 - Des **éléments de symétrie** (cas d'une pièce de monnaie, tirage aveugle dans une urne, ...)
 - Justifie la détermination de la **probabilité d'un tirage** comme le rapport :

$$\frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}}$$

Exemple : le tirage d'un 6 pour un dés à 6 faces parfaitement symétriques est de 1/6)

- Les **théorèmes sur les probabilités** permettent de déterminer les probabilités d'événement plus complexes (analyse combinatoire) :

Exemple : la probabilité de tirer deux 6 de suite est de $1/6 \times 1/6 = 1/36$)

- Les **méthodes d'échantillonnage**, les **sondages d'opinions**, les **tests statistiques**, sont des moyens puissants pour déterminer la probabilité d'événements (contrôle de qualité, élection, ...)
- **Probabilités subjectives :**

Les probabilités subjectives d'un décideur relatives à un événement expriment ses croyances vis-à-vis de l'occurrences de cet événement

- Ces croyances peuvent résulter :
 - Soit **d'un sentiment personnel** qu'il exprime directement (le dollar devrait baisser contre l'euro)
 - Soit **d'une analyse** : décomposition des enchaînements conduisant à tel événement, estimation des **probabilités conditionnelles**, ...
- La valeur que l'on attribue à ces croyances dépend bien sûr de **la qualification du décideur dans ce domaine**, de son **degré d'expertise** (souvent un seul expert ne suffit pas)
- Pour conclure, les difficultés liées au traitement des décisions dans l'incertain poussent à l'utilisation de **probabilités subjectives** avec :
 - Une **réflexion critique sur la qualité de l'évaluation**, et
 - Une analyse de sensibilité permettant de mesurer leur influence sur la valeur du critère de décision