Université Batna-2
Faculté des Mathématique et d'informatique
Département d'informatique
module : probabilités et Statistique ($L3$)
Série n : 1 (*espaces probabilisés*)

Exercice 1 On jette en l'air une pièce de monnaie et un dé, et l'on suppose que l'ensemble fondamental se compose des 12 éléments $\Omega = \{F1, F2, F3, F4, F5, F6, P1, P2, P3, P4, P5, P6\}$

- Exprimer d'une façon explicite les événements suivants: $A ="$ *face et un nombre pair apparaissent*$"; B = "$*un nombre premier apparaît*$"; C ="$ *pile et un nombre impair apparaissent*$"$.
- Exprimer d'une façon explicite les événements : (a) A ou B est réalisé, (b) B et C est réalisé, (c) B seulement est réalisé.
- Lesquels des événements A, B et C s'excluent mutuellement (incompatibles)?

Exercice 2 On jette une pièce de dix dinars, une pièce de vingt dinars et un dé.

- décrire les éléments de l'ensemble fondamental Ω.
- donner une expression explicite des événements suivants : A=" deux faces et un nombre pair apparaissent ", B=" un deux apparaît ", C=" exactement une face et un nombre premier apparaissent ".
- donner une expression explicite des événements : A et B se réalisent; B seulement se réalise; B ou C se réalise.

Exercice 3 On suppose qu'un ensemble fondamental Ω est formé de 4 éléments $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4\}$. laquelle des fonctions suivantes définit une probabilité sur Ω ?

- $P(\omega_1) = \frac{1}{2}$; $P(\omega_2) = \frac{1}{3}$; $P(\omega_3) = \frac{1}{4}$; $P(\omega_4) = \frac{1}{5}$.
- $P(\omega_1) = \frac{1}{2}$; $P(\omega_2) = \frac{1}{4}$; $P(\omega_3) = -\frac{1}{4}$; $P(\omega_4) = \frac{1}{2}$.
- $P(\omega_1) = \frac{1}{2}$; $P(\omega_2) = \frac{1}{4}$; $P(\omega_3) = \frac{1}{8}$; $P(\omega_4) = \frac{1}{8}$.
- $P(\omega_1) = \frac{1}{2}$; $P(\omega_2) = \frac{1}{4}$; $P(\omega_3) = \frac{1}{4}$; $P(\omega_4) = 0$.

Exercice 4 Soit $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4\}$ et soit P une probabilité sur Ω.

- Calculer $P(\omega_1)$ en supposant que $P(\omega_2) = \frac{1}{3}$; $P(\omega_3) = \frac{1}{6}$; $P(\omega_4) = \frac{1}{9}$.
- Calculer $P(\omega_1)$ et $P(\omega_2)$ en supposant que $P(\omega_3) = P(\omega_4) = \frac{1}{4}$ et $P(\omega_1) = 2P(\omega_2)$.
- Calculer $P(\omega_1)$ en supposant que $P(\{\omega_2, \omega_3\}) = \frac{2}{3}$; $P(\{\omega_2, \omega_4\}) = \frac{1}{4}$; $P(\omega_2) = \frac{1}{3}$.

Exercice 5 On pipe une pièce de monnaie de telle sorte que face apparaisse deux fois plus que pile. Calculer $P(P)$ et $P(F)$.

Exercice 6 Calculer la probabilité de chacun des événements suivants,

- un nombre pair apparaît quand on jette un dé bien équilibré,
- pile apparaît au moins une fois quand on jette trois pièces de monnaie bien équilibrées,
- on obtient une boule blanche en tirant une seule boule dans une urne contenant 4 boules blaches, 3 boules rouges et 2 boules bleues.

Exercice 7 Deux hommes et trois femmes participent à un tournoi d'échecs. Les individus de même sexe ont des chances égales de gagner, mais un homme a deux fois plus de chance de gagner qu'une femme.

- Calculer la probabilité pour qu'une femme gagne le tournoi.
- Si un homme et une femme sont mariés, calculer la probabilité pour que l'un d'eux gagne le tournoi.

Exercice 8 Une classe comporte 10 garçons dont la moitié a les yeux marron et 20 filles dont la moitié a également les yeux marron. Calculer la probabilité pour qu'une personne tirée au hasard soit un garçon ou ait les yeux marron.

Exercice 9 On choisit deux cartes au hasard parmi 10 cartes numérotées de 1 à 10. Calculer la probabilité pour que la sommes des deux cartes tirées soit impaire sachant que :

- On tire les deux cartes ensemble.
- On fait un tirage sans répétition des deux cartes l'une après l'autre.
- On fait un tirage avec répétition des deux cartes l'une après l'autre.

Exercice 10 On lance une paire de dés bien équilibrés. Sachant que les deux chiffres obtenus sont différents, calculer la probabilité pour que : (a) la somme obtenue soit six; (b) un 1 apparaisse, (c) la somme obtenue soit inférieure ou égale à 4.

Exercice 11 Un couple a décide d'avoir des enfants jusqu'à ce qu'il ait une fille. Mais dans aucun cas, il ne désire plus de quatre enfants. Sachant que le premier enfant n'a pas été une fille, quelle est la probabilité que ce couple ait finalement quatre enfants ?

Exercice 12 Les élèves d'une classe sont choisis au hasard l'un après l'autre pour subir un examen. Calculer la probabilité pour que l'on ait alternativement un garçon et une fille, sachant que :

- La classe est composée de 4 garçons et 3 filles.
- La classe est composée de 3 garçons et 3 filles.

Exercice 13 Dans un lycée, 4% des garçons et 1% des filles mesurent plus de 1,60 m. On sait de plus que 60% des élèves sont des filles. Si l'on prend un élève au hasard et si celui-ci mesure plus de 1,60m, quelle est la probabilité pour que cet élève soit une fille?

Exercice 14 Les probabilités pour que trois tireurs atteignent une cible sont respectivement $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{3}$. Chacun tire une suele fois sur la cible.

- Calculer la probabilité pour que l'un d'eux exactement atteigne la cible.
- Si seulement l'un d'eux a atteint la cible, quelle est la probabilité pour qu'il s'agisse du premier tireur?